**HÌNH THANG CÂN**

**A. Tóm tắt lý thuyết**

1. Định nghĩa

Hình thang cân là hình thang có hai góc kề 1 đáy bằng nhau

ABCD là hình thang cân ( đáy AB, CD )

2. Tính chất: Trong hình thang cân

- Hai cạnh bên bằng nhau  
- Hai đường chéo bằng nhau

3. Dấu hiệu nhận biết

- Hình thang có 2 góc kề 1 đáy bằng nhau là hình thang cân

- Hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân

4. Chú ý: Hình thang có hai cạnh bên bằng nhau chưa chắc đã là hình thang cân (hình bình hành )

**B. Bài tập và các dạng toán**

**Dạng 1: Chứng minh tứ giác là hình thang cân**

**Cách giải:** Dựa vào các dấu hiệu nhận biết hình thang cân

**Bài 1:** Cho tam giác ABC cân tại A có BD và CE là hai đường trung tuyến của tam giác. Chứng minh tứ giác BCDE là hình thang cân

**Lời giải**

****Xét có ED là đường trung bình của tam giác 

Là hình thang

Lại có  là hình thang cân ( dấu hiệu nhận biết )

**Bài 2:** Cho tam giác ABC cân tại A có BH và CK là hai đường cao của tam giác. Chứng minh BCHK là hình thang cân

**Lời giải**

Chứng minh 



**Bài 3:** Cho tam giác ABC cân tại A, điểm I thuộc đường cao AH, BI giao với AC tại D, CI giao với AB tại E

a. Chứng minh rằng AD = AE

b. Xác định dạng của tứ giác BDEC

c. Xác định vị trí của điểm I sao cho BE = ED = DC

**Lời giải**

a. 

b. Ta có cân tại A, có chung 

  
Là hình thang cân (đpcm)

c. Ta có :   
Để BE = ED thì tam giác BED cân tại E 

Tương tự ta phải có  . Vậy CE và BD là phân giác của 

Vậy I là giao điểm của 3 đường phân giác.

**Bài 4:** Cho tam giác ABC đều, M là điểm nằm trong tam giác đó. Qua M kẻ đường thẳng song song với AC và cắt BC ở D, kẻ đường thẳng song song với AB cắt cắt AC tại E, kẻ đường thẳng song song với BC và cắt AB ở F. Chứng minh rằng

a. Tứ giác BFMD, CDME, AEMF là các hình thang cân

****b. 

**Lời giải**

a) Chứng minh hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau

b) Ta có 

**Dạng 2: Tính số đo góc, độ dài cạnh và diện tích hình thang cân**

**Cách giải:** Sử dụng tính chất hình thang cân về cạnh, góc, đường chéo và công thức tính diện tích hình thang để tính toán.

**Bài 5:** Cho hình thang cân ABCD ( AB // CD ) có . Tính các góc của hình thang cân

**Lời giải**

Vì ABCD là hình thang cân nên: 



**Bài 6:** Cho hình thang cân ABCD ( AB // CD ) có . Tính các góc của hình thang cân

**Lời giải**

Vì ABCD là hình thang cân nên 



**Bài 7:** Cho hình thang cân ABCD ( AB // CD ) có AH và BK là hai đường cao của hình thang

a. Chứng minh 

b. Biết AB = 6cm, AD = 5cm, CD = 14cm, tính DH, AH và diện tích hình thang cân ABCD.

**Lời giải**

a. Ta có 

Hình thang ABKH ( AB // KH ) có AH // BK   
Vậy 

b. DH = 4cm, AH = 3cm, 

**Bài 8:** Cho hình thang cân ABCD ( AB // CD ) có  Tính độ dài đáy CD và diện tích hình thang cân ABCD

**Lời giải**

Hạ CH và DK vuông góc với AB

Ta có: 



**Bài 9:** Cho hình thang cân ABCD ( AB // CD ) có AD = AB và AC = CD. Tính các góc của hình thang cân

**Lời giải**

Ta có cân tại B 

Tương tự ta chứng minh được : 

Có : 

**Bài 10:** Cho hình thang cân ABCD ( AB // CD đáy lớn CD = 2,7cm. Cạnh bên dài 1cm, , Kẻ AE // BC. Tính độ dài AB

**Lời giải**

Kẻ AE // BC  là tam giác đều



**Bài 11:** Cho hình thang cân ABCD có tổng hai góc A và B bằng 1 nửa tổng hai góc C và D. Đường chéo AC vuông góc với cạnh bên BC

a. Tính các góc của hình thang

b. Chứng minh AC là phân giác của 

c. Tính chu vi của hình thang, biết CD = 6cm

**Lời giải**

a. Ta có: 

Mà 

b. 

Tia AC nằm giữa AB và AD và 

c. Kẻ CM // AD  đều

 cân tại D 

+) 

Chu vi hình thang ABCD là: 6 + 6 + 6 + 12 = 30 ( cm)

**Dạng 3: Chứng minh các cạnh bằng nhau, các góc bằng nhau trong hình thang cân**

**Cách giải:**

- Dựa vào các tam giác bằng nhau suy ra các cạnh tương ứng và các góc tương ứng bằng nhau

- Dựa vào các góc so le trong bằng nhau, các góc đồng vị bằng nhau

**Bài 12:** Cho hình thang cân ABCD ( AB // CD, AB < CD ). Gọi O là giao điểm của AD và BC, gọi E là giao điểm của AC và BD. Chứng minh

a. Tam giác AOB cân tại O b. 

c. d. OE là đường trung trực chung của AB và CD

**Lời giải**

a. Ta có  cân tại O

c.  cân tại E

d. Ta có OA = OB, EA = EB  OE là đường trung trực chung của AB

Tương tự ta có : OE là đường trung trực chung của CD.

**Bài 13:** Cho hình thang ABCD ( AB // CD), trong đó CD = BC + AD. Hai đường phân giác của hai góc A và B cắt nhau tại K. Chứng minh rằng C, D, K thẳng hàng

**Lời giải**

Trên CD lấy điểm E sao cho CE = CB  cân tại C

   
Chứng minh tương tự :  là phân giác của góc A và góc B

giao điểm của hai đường phân giác  cắt nhau tại E  Thẳng hàng.

**Bài 14:** Cho tam giác ABC cân tại A và điểm M tùy ý nằm trong tam giác. Kẻ tia Mx song song với BC cắt AB tại D, tia My song song với AC cắt BC ở E. Chứng minh rằng:



**Lời giải**

Do 



**BÀI TẬP VỀ NHÀ**

**Bài 1:** Hình thang cân ABCD có đáy nhỏ AB bằng cạnh bên BC. Chứng minh CA là tia phân giác của 

**Lời giải**

Chứng minh được:  là phân giác 

**Bài 2:** Cho hình thang cân ABCD ( AB // CD) có E và F lần lượt là trung điểm hai đáy AB và CD. Chứng minh 

**Lời giải**

Gọi O là giao điểm của AC và BD

- Chứng minh 

- Tương tự, có 

**Bài 3:** Cho hình thang cân ABCD ( AB // CD) có hai đường chéo vuông góc với nhau. Chứng minh chiều cao của hình thang cân bằng nửa tổng hai cạnh đáy

**Lời giải**

Xét hình thang ABCD có các đường cao AH và BK. Từ A kẻ đường thẳng song song với BD cắt CD ở E 

Chứng minh 

Do tam giác EAC vuông cân ở A nên: 

**Bài 4:** Cho hình thang cân ABCD ( AB // CD ) có đường chéo BD vuông góc với cạnh bên BC và đồng thời DB là tia phân giác của 

a. Tính các góc của hình thang cân ABCD

b. Biết BC = 6cm, tính chu vi và diện tích của hình thang cân ABCD

**Lời giải**

a.  có 

b. Tính được DC = 2.BC   
Hạ đường cao BK, ta có 

**Bài 5:** Cho tam giác đều ABC. Từ 1 điểm M nằm bên trong tam giác ta vẽ các tia gốc M song song với BC cắt AB ở D, song song với AC cắt BC tại E, song song với AB cắt AC tại F. Chứng minh rằng chu vi tam giác DEF bằng tổng các khoảng cách từ M đến ba đỉnh của tam giác.

**Lời giải**

Chu vi tam giác ABC là : DE + DF + EF

Khoảng cách từ M đến 3 đỉnh là : MA + MB + MC

Ta cần chứng minh : DE + DF + EF = MA + MB + MC

+) Ta có hình thang BDME là hình thang cân (

Chứng minh tương tự ta có : DF= MA, EF = MC

DE + DF + EF = MA + MB + MC ( đpcm)